

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2019. május 7. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

	2 pont	
--	--------	--

2. Egy háromszög belső szögeinek aránya 2:3:7. Hány fokos a háromszög legkisebb szöge?

	2 pont	
--	--------	--

3. Egy üdítőital címkéjén az olvasható, hogy egy pohár (250 ml) üdítő elfogyasztásával 12 g cukrot viszünk a szervezetünkbe, és ez a mennyiség az ajánlott napi maximális cukorbevitel 30%-a. Hány gramm az ajánlott napi maximális cukorbevitel?

Az ajánlott napi maximális cukorbevitel                      gramm.	2 pont	
--	--------	--

4. Adottak a következő halmazok:

$$A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\};$$

$$B = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\};$$

$$C = \{1; 2; 3; 5; 8; 13\}.$$

Elemi felsorolásával adja meg a  $C \setminus A$  és az  $(A \cup B) \cap C$  halmazt!

$C \setminus A =$	1 pont	
$(A \cup B) \cap C =$	2 pont	

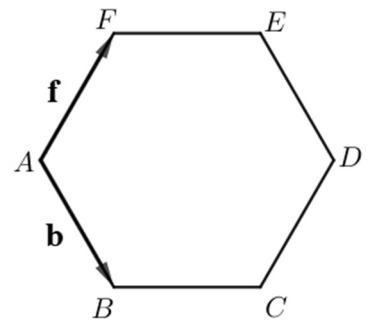
5. Egy ötpontú gráfnak 7 éle van. Mennyi a gráfban a csúcsok fokszámának összege?

A csúcsok fokszámának összege:	2 pont	
--------------------------------	--------	--

6. Négy gombóc fagyaltot vásárolunk tölcsérbe: egy csokoládét, egy vaníliát, egy puncsot és egy eperízűt. Hányféle olyan sorrendje lehetséges ennek a négy gombócnak, amelynél **nem** a csokoládé a legelső?

	2 pont	
--	--------	--

7. Az  $ABCDEF$  szabályos hatszögben  $\mathbf{b} = \overrightarrow{AB}$  és  $\mathbf{f} = \overrightarrow{AF}$ .  
Fejezze ki a  $\mathbf{b}$  és  $\mathbf{f}$  vektorok segítségével az  $\overrightarrow{AD}$  vektort!



$\overrightarrow{AD} =$	2 pont	
-------------------------	--------	--

8. Az alábbi hat szám közül válassza ki az összes olyan számot, amely osztható 3-mal, de nem osztható 5-tel!

895, 1222, 1458, 1526, 1848, 1990

	2 pont	
--	--------	--

9. Egy középület akadálymentesítésekor a bejáráthoz egyenletesen emelkedő rámpát építenek, hogy kerekesszékkal és babakocsival is be lehessen jutni az épületbe. A rámpa hossza 3 méter, és a járda szintjétől 60 centiméter magasra visz.  
Hány fokos a rámpa emelkedési szöge? Megoldását részletezze!



	2 pont	
	1 pont	

10. Az  $f$  egyenes egyenlete  $2x - y = 5$ .
- Adja meg az  $f$  egy normálvektorát!
  - Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos az  $f$  egyenessel, és átmegy a  $(2; 1)$  ponton!

a)	1 pont	
b)	2 pont	

- 11.** Egy mértani sorozat második tagja 6, harmadik tagja  $-12$ .  
Számítsa ki a sorozat első tíz tagjának összegét! Megoldását részletezze!

	3 pont	
	1 pont	

- 12.** Az alábbi táblázat egy biológiodolgozat eredményeit mutatja. Adja meg az adathalmaz móduszát és mediánját!

éremjegy	1 (elégtelen)	2 (elégséges)	3 (közepes)	4 (jó)	5 (jeles)
dolgozatok száma	0	1	3	5	6

Módusz:	1 pont	
Medián:	2 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	3	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	3	
	11. feladat	4	
	12. feladat	3	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

	pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2019. május 7. 8:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

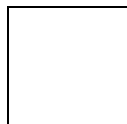
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\log$  és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

- 13. a)** Hány olyan háromjegyű egész szám van, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} \geq \frac{x}{4} + 230$$

- b)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

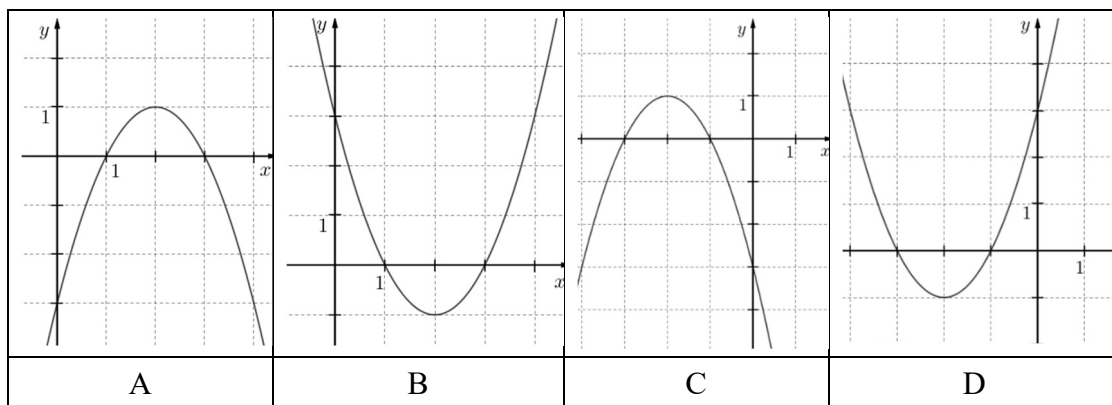
$$3 \cdot 4^x + 4^{x+1} = 896$$

<b>a)</b>	4 pont	
<b>b)</b>	6 pont	
<b>Ö.:</b>	10 pont	



**14.** Adott az  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 4x + 3$  függvény.

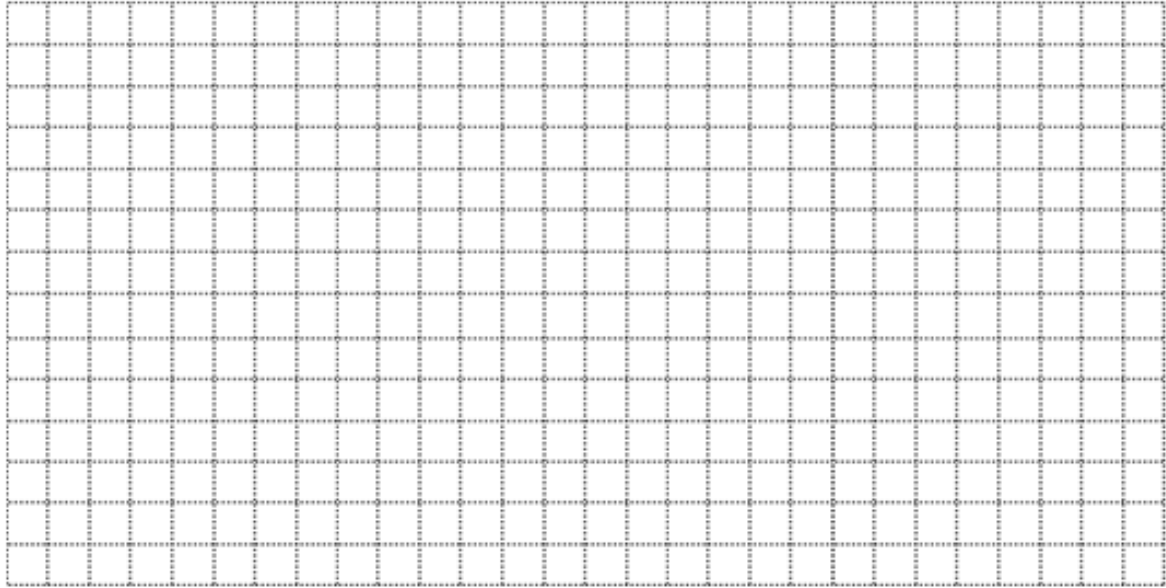
- a) Írja fel két elsőfokú tényező szorzataként az  $x^2 + 4x + 3$  kifejezést!
- b) A  $P(-6, 5; y)$  pont illeszkedik az  $f$  grafikonjára. Számítsa ki  $y$  értékét!
- c) Az alábbi grafikonok közül válassza ki az  $f$  függvény grafikonját (karikázza be a megfelelő betűt), és határozza meg az  $f$  értékkészletét!



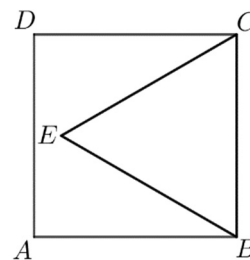
Adott a  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $g(x) = x^2 - 6x + 5$  függvény. Az a három pont, ahol a  $g$  grafikonja metszi a koordinátatengelyeket, egy háromszöget határoz meg.

- d) Határozza meg ennek a háromszögnek a területét!

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	3 pont	
d)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	14 pont	



- 15.** Az  $ABCD$  négyzet oldalának hossza 12 egység. A négyzet belsejében kijelöltük az  $E$  pontot úgy, hogy  $BE = CE = 12$  egység legyen (lásd az ábrát).



- a)** Számítsa ki az  $A$  és  $E$  pontok távolságát!

Egy bronzból készült, szabályos négyoldalú gúla alakú tömör test (piramis) minden éle 10 cm hosszúságú.

- b)** Számítsa ki a gúla tömegét, ha  $1 \text{ dm}^3$  bronz tömege 8 kg!

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	7 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	





## B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Péter elhatározza, hogy összegyűjt 3,5 millió Ft-ot egy használt elektromos autó vásárlására, mégpedig úgy, hogy havonta egyre több pénzt tesz félre a takarékszámláján. Az első hónapban 50 000 Ft-ot tesz félre, majd minden hónapban 1000 Ft-tal többet, mint az azt megelőző hónapban. (A számlán gyűjtött összeg kamatozásával Péter nem számol.)

- a) Össze tud-e így gyűjteni Péter 4 év alatt 3,5 millió forintot?

A világon gyártott elektromos autók számának 2012 és 2017 közötti alakulását az alábbi táblázat mutatja.

év	2012	2013	2014	2015	2016	2017
elektromos autók száma (ezerre kerekítve)	110 000	221 000	409 000	727 000	1 186 000	1 928 000

- b) Szemléltesse a táblázat adatait oszlopdiagramon!

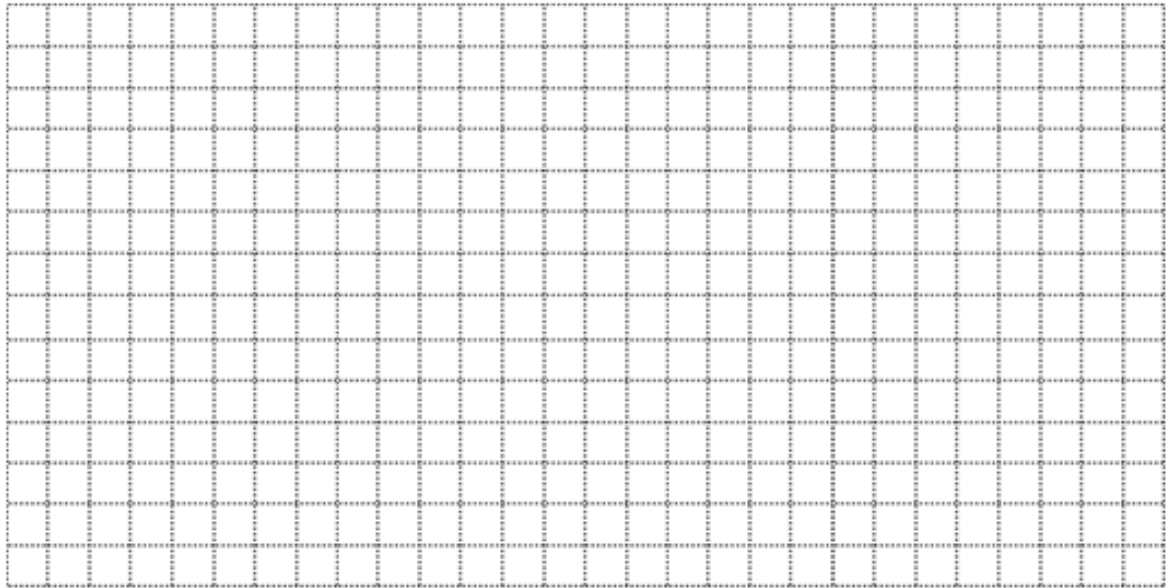
Péter az előző táblázat adatai alapján olyan matematikai modellt alkotott, amely az elektromos autók számát exponenciálisan növekedőnek tekinti. E szerint, ha a 2012 óta eltelt évek száma  $x$ , akkor az elektromos autók számát (millió darabra) megközelítőleg az  $f(x) = 0,122 \cdot 2^{0,822x}$  összefüggés adja meg.

- c) A modell alapján számolva melyik évben érheti el az elektromos autók száma a 25 millió darabot?

Egy elektromos autót gyártó cég öt különböző típusú autót gyárt. A készülő reklámfüzet fedőlapjára az ötféle típus közül egy vagy több (akár mind az öt) autótípus képét szeretné elhelyezni a grafikus.

- d) Hány lehetőség közül választhat a tervezés során? (Két lehetőség különböző, ha az egyikben szerepel olyan autótípus, amely a másikban nem.)

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	

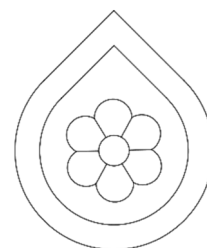


**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**17.** A Föld teljes vízkészlete (jég, víz és vízgőz) folyékony halmazállapotban közel 1400 milliárd  $\text{km}^3$  lenne. Ennek a vízkészletnek csupán 3%-a édesvíz, melynek valójában mindössze 20%-a folyékony halmazállapotú (a többi főleg a sarkvidék jégtakarójában található fagyott, szilárd állapotban).

- a)** Számítsa ki, hogy hány kilométer lenne annak a legkisebb gömbnek a sugara, amelybe összegyűjthetnénk a Föld folyékony édesvízkészletét!  
Válaszát egész kilométerre kerekítve adja meg!

Az ábrán egy környezetvédő szervezet logójának ki nem színezett terve látható. A logó kilenc tartományát három színnel (sárga, kék és zöld) szeretnénk kiszínezni úgy, hogy a szomszédos tartományok különböző színűek legyenek. (Két tartomány szomszédos, ha a határvoalainak van közös pontja. Egy-egy tartomány színezéséhez egy színt használhatunk.)



- b)** Hányféleképpen lehet a logót a feltételeknek megfelelően kiszínezni?

Egy iskolai italautomata meghibásodott, és véletlenszerűen ad szénsavas, illetve szénsavmentes vizet. A diákok tapasztalata szerint, ha valaki szénsavmentes vizet kér, akkor csak 0,8 a valószínűsége annak, hogy valóban szénsavmentes vizet kap. Anna a hét mind az öt munkanapján egy-egy szénsavmentes vizet szeretne vásárolni az automatából, így minden nap az ennek megfelelő gombot nyomja meg.

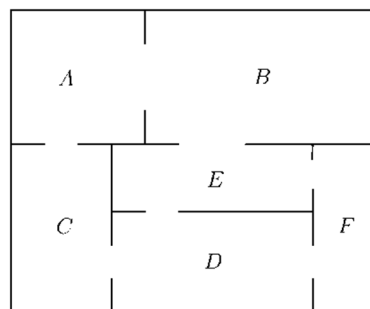
- c)** Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább négy napon valóban szénsavmentes vizet ad az automata?

<b>a)</b>	6 pont	
<b>b)</b>	6 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Az ábrán egy kis múzeum alaprajzát látjuk. A múzeum termei közötti kapcsolatot gráffal is szemléltethetjük. A gráf pontjai a termek, élei pedig az átjárók a termek között. (Egy él egy átjárót szemléltet két terem között.)



- a) Rajzolja fel a múzeum termeit és átjáróit szemléltető gráfot!

A múzeumba háromféle belépőjegyet lehet váltani:

<i>Teljes árú jegy</i>	400 Ft
<i>Kedvezményes jegy (gyerek, diák, pedagógus, nyugdíjas)</i>	250 Ft
<i>Fotójegy (belépőjegy és fényképezőgép-használat)</i>	500 Ft

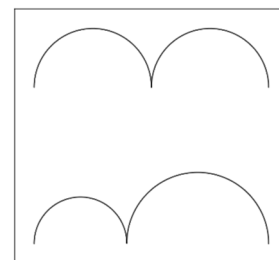
Januárban négyszer annyi kedvezményes belépőjegyet adtak el, mint teljes árú jegyet, továbbá az eladott fotójegyek száma az eladott teljes árú jegyek számának 12,5%-a volt. A múzeum belépőjegy-eladásból származó bevétele januárban 912 600 Ft volt.

- b) Hány belépőjegyet adtak el januárban összesen?

Csilla, Dezső, Emese, Feri és Gyöngyi délelőtt 10-re beszéltek meg találkozót a múzeum előtt. Sorban egymás után érkeznek (különböző időpontokban), véletlenszerűen.

- c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy lánynak kell várakoznia fiúra?

A kiállításon több gondolkodtató, minimalista kép is szerepel. Dezső szerint az ábrán látható, csatlakozó félköröket ábrázoló kép címe azért „Egyenlőség”, mert a felső és az alsó görbe vonal hossza egyenlő. A felső görbét alkotó két egyforma félkör átmérőjének összege 48 cm. Az alsó görbét alkotó két félkör átmérőjének összege szintén 48 cm.



- d) Igaz-e Dezső sejtése, hogy a két görbe vonal hossza egyenlő?

<b>a)</b>	2 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>c)</b>	6 pont	
<b>d)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



	a feladat sorszám	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	10		
	14.	14		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző